

EL ZERO I L'INFINIT: LA GEOMETRIA A BARCELONA AL TOMBANT DE SEGLE

per

JOAN VIÑAS RIERA

INTRODUCCIÓ

Aquest escrit pretén historiar, a casa, l'estat de la Geometria al tombant de segle. S'ha anat a pouar a les obres originals de què es tenia coneixença i que s'han localitzat. I més que resumir-les i extreure'n, després, un judici, el que s'ha fet és deixar que s'expressin els propis autors citats o bé persones autoritzades havent-los conegut; clar que tot això en un escrit ja resumit és cosa difícil d'aconseguir, però no ha deixat pas d'intentar-se. Ara bé, alguna conclusió nostra, quan ha semblat força òbvia, figura aquí o allí.

Si algú llegeix aquest escrit que no cregui pas que es tracta d'un recull de "morceaux choisis"; s'ha intentat pretendre que es faci càrrec de com pensaven els seus protagonistes, no de donar-li les sopetes ja mastegades i cuinades per nosaltres.

Respecte a la bibliografia consultada per força ha d'ésser escassa en un treball d'aquesta mena, i això —és clar— és obvi. S'ha estat generós en les notes que acompanyen cada apartat. Procuren fer més seguida la lectura, però també aclareixen aspectes que podrien haver quedat un xic foscos.

Se'ns ha bescantat dient que els nostres matemàtics només dominaven el francès, i, pel que diu en Clariana, això sembla fals; és per aquest aspecte que s'ha procurat indicar, essent la cosa possible, la traducció francesa dels llibres més importants que els nostres autors utilitzen o citen.

El segle passat la Ciència en bona part fou francesa, dominant el francès es podia estar al corrent de més d'una de les seves branques. Ara bé, ningú cita l'italià, llengua ben necessària al matemàtic. Per a certes patums caldria dominar l'alemany. Pel que diu Julio Rey Pastor, en el seu temps qui no llegia l'alemany, i en Cantor, és clar, ja no podia saber Matemàtica.

I.

Els progonistes, i en ordre més o menys cronològic d'aparició, en són el catedràtic d'universitat Santiago Mundi Giró, nat a Figueres, el coronel d'enginyers retirat Àngel del Romero Walsh, natural de Barcelona, els també catedràtics d'universitat Laur Clariana Ricart, fill de Barcelona, i Josep Domènec i Estapà, de Tarragona, el de l'Escola d'Enginyers Lluís Canalda Bargués, nat a Cervera de la Segarra, i el d'institut Josep Maria Bartrina Capella, fill de València.

En un segon pla, a vegades discret, altres de cap de les maneres, intervenen més personatges, uns de casa, altres de fora.

Llevat del valencià i de l'enginyer Canalda, i aquest no pas segur, els altres foren deixebles d'en Llorenç Preses Puig, natural de Sant Boi de Llobregat, i catedràtic de Matemàtiques Sublims¹ a la Universitat de Barcelona i que també en fou de l'Escola d'Enginyers d'aquesta ciutat.

Gràcies a un treball del Dr. Orts² i a un del Dr. Fontserè³ hom pot fer-se una idea de la humanitat de tres dels protagonistes: Mundi, Domènec i Clariana, els dos darrers catòlics practicants, i cal aclarir que el darrer més que practicant; el primer, menjacapellans i militant del Partit Republicà Històric, en representació del qual fou conseller de l'Ajuntament de Barcelona.⁴

II.

L'Acadèmia de Ciències i Arts, de la qual feia temps (1867) que n'era membre, encarregà a Mundi d'explicar els cursos 1876 i 1878 una càtedra de Geometria Analítica a l'altura de les aleshores quasi desconegudes, a Barcelona, obres de Salmon, Hesse, Painvin i Carnoy, els dos darrers, segons confessen, inspirant-se en el primer.⁵

Mundi observa que té un alumne ja gran (nasqué l'any 1823), molt atent i aplicat, per això l'intriga, vol saber qui és. És Àngel del Romero Walsh, coronel retirat del cos d'enginyers, que aprengué Matemàtiques essent alumne de les classes que l'Armet donava a l'Acadèmia, obtenint-hi premi. Intimen, el porta a ca seva i veu que té una llibreria molt ben assortida en allò que fa a la Matemàtica; i que a qualsevol hora era oberta per a mi, aclareix en Mundi.

A través d'ell comença a comprendre Staudt i Des Argues, i a conèixer Chasles, La Gournerie, Abel i altres savis més.

Creu que cal fer-lo acadèmic; ho proposa, hom li fa cas i l'accepten.

El seu discurs d'ingrés (14 de febrer del 1878) és "Memoria sobre la historia e importancia de los estudios de Geometría moderna", que és una entusiasta lloança de la Geometria projectiva i un clam, a les autoritats, perquè s'ensenyi més Geometria, sobretot a la Universitat.

En Mundi fa consideracions sobre l'obra posterior d'aquest senyor; a destacar que l'any 1881 llegeix la memòria "Investigaciones sobre los siste-

mas polares"; pel que en diu es veu que els seus coneixements geomètrics estaven al dia.

"El favor més gran que he d'agrair-li", ens diu en Mundi, "i em complau declarar-ho, fou el d'haver-me aconsellat que substituís les teories complementàries de l'obra d'en Rouché que explicava jo en la meua càtedra de Geometria per la de posició o der Lage de Staudt que amb mètode i senzillesa incomparables, sense cap mena de barreja de càlcul, heu els mateixos coneixements que la seva germana l'analítica d'en Descartes, amb no menys generalitat i molt més de pressa. Els resultats obtinguts a la meua Càtedra han evidenciat la certesa de les seves asseveracions."⁶

En Mundi accedí a la càtedra universitària l'any 1881, essent catedràtic de Geometria Analítica i, per acumulació, de Geometria General.

Sobre el seu accés a la càtedra ens diu: "Sempre recordaré amb agraïment que a les lliçons que vaig explicar durant dos anys seguits a aquesta Acadèmia atribueixo l'èxit que vaig heure en les meves oposicions a la Càtedra de Geometria analítica, ..., en les quals se'm concedí per unanimitat el primer lloc de la terna..."

Interessa el que ens diu sobre la geometria general:⁷ "Convençut que Geometria General no pot significar l'elemental d'Euclides, i que en canvi pot admetre's com a tal qualsevol branca de la superior, em vaig decidir a explicar la projectiva, atenent a la seva evident importància, a la seva absència de l'ensenyament oficial i no tement, per altra part, que hi hagi ningú que s'atreveixi a posar en dubte la seva manifesta generalitat: de manera que aquesta Geometria, que es coneix amb els noms de projectiva, superior, pura, sintètica, moderna, de posició, de transversals, der Lage i no sé quantes més, la coneixen els meus alumnes amb un altre nom diferent encara, amb el de Geometria general, denominació que no és pas menys pròpia que algunes de les anteriors ni que l'adoptada per un company distingidíssim de la Central,⁸ en les seves brillants explicacions de Geometria descriptiva."

Aquest "company distingidíssim" és en Torroja.⁹

Aquest senyor precisa:¹⁰ "Habíame yo propuesto desde que de aquella asignatura¹¹ y de su enseñanza me había encargado, exponerla y explicarla por los fecundísimos procedimientos de la Geometría pura; y alterando el plan tradicional, hasta entonces seguido en las Facultades de Ciencias y Escuelas de España, resolví hacer preceder su estudio de unas nociones de Geometría *de la Posición* tomadas de la fundamental obra de Staudt y que no pude hasta mediados de 1884 publicar."

Com que en Mundi, per raó de les assignatures que donava, no tenia aquestes limitacions d'en Torroja, pot dedicar tot un curs a explicar Geometria de posició i això ja s'ha vist suara que és el que fa.

És l'any 1883, i per al curs que comença aleshores, que edita el Programa de Geometria general.¹²

Aquest curs els seus alumnes Juli Enamorado, Artur Ydrac, Lluís Cue-

llo i Artur Vidal, recullen els apunts de l'assignatura i l'octubre de 1884 ix el llibre autografiat *Lecciones de geometría de posición*.⁹

És el primer llibre a Espanya que es publica sobre aquesta matèria. Llibre de 760 pàgines i 57 lliçons.

El seu “company distingidíssim”, que pertanyia a organitzacions de caire catòlic, era Conseller d'Instrucció Pública i l'any 1899 publica el seu *Tratado de Geometría de la Posición y sus aplicaciones a la Geometría de la medida*, ben estampat i amb bons dibuixos, i que ve a ser el 1899 el llibre d'en Mundi de 1884.

L'any vinent es crearà a les facultats de ciències una nova assignatura, la Geometria Projectiva, que s'especifica ben clar que haurà de donar el catedràtic de Geometria Descriptiva: li fan a la mida, oi? I com que també s'hi indica ben clarament que el primer curs s'hi passarà Geometria Mètrica, en comptes de General, el pobre Mundi, el menjacapellans cal recordar-ho, es veurà obligat a donar Geometria *Mètrica*; la pregunta ve, ràpida, als llavis: per què no conservar el vell nom de Geometria general, que permet una gran maniobrabilitat?

En Domènec donarà a casa l'assignatura nova i encara que no ho hagi fet mai, se sap que s'ha declarat entusiasta d'aquesta Geometria.¹⁴

Ara, què fa en Mundi amb la seva “Geometria Mètrica”?

“La Geometria elemental que s'estudia en el segon ensenyament és principalment mètrica, per evitar repeticions procurarem només completar-la, donant per suposat que els nostres alumnes no han oblidat pas allò que allí han après, que per altra banda en la secció de problemes per necessitat caldrà repassar.”

És el que diu, i fa, en les seves lliçons de Geometria Mètrica de 1904. És una exposició en bona part de Geometria Projectiva.

Interessa citar la seva *Geometria General*, petit llibret, només 164 pàgines, un dels Manuals Soler, de la darrereria del segle passat, per la manera com l'estructura: Tipus cub, dóna les primeres nocions i passa al tipus esfera, fent-hi el mateix. Estudia, després, els polígons i políedres. Segueixen àrees i volums.

III.

En ésser nomenat catedràtic, en Mundi ben aviat publica el llibre de text: *Lecciones de Geometría analítica*, que veurà tres edicions en vida de l'autor: la primera el 1883, la segona el 1893 i la tercera el 1904.

Com que a Geometria General hi explica la projectiva, cal que encapçalli les seves lliçons amb uns prolegòmens de mètrica; en ésser a la tercera edició, l'entorn ha canviat, i molt, i ens aclareix: “Suprimim les teories que es donen a la Geometria Mètrica, com són la resolució geomètrica dels problemes algebraics i la teoria de projeccions.”¹⁵ Això no obstant, es dóna major

amplitud a la teoria de transformació de figures i es modifiquen bastant les teories de focus i directrius i de les asímptotes.”

Està content; ens ho diu a la segona edició: s'ha adoptat com a obra de text a la seva Universitat i a les de Madrid,¹⁶ Sevilla, Granada, L'Havana i a l'Escola general preparatòria per a Enginyers i Arquitectes; és premiada amb Medalla d'Or a l'Exposició Universal de Barcelona i, també al Certamen Universal de Chicago de 1893. És molt bon llibre i ha d'ésser certament innovador a casa.

Vegas, el professor d'analítica de Madrid, publica el 1894 (és catedràtic de l'assignatura des del 1891) la primera edició de la seva *Geometría analítica* en forma corrent, en un volum de 596 pàgines, però a la segona de 1907 ja fa com en Mundi, hi introdueix la projectiva. Aquesta hi és ben present en el llibret de 240 pàgines que li publica a Barcelona la casa Hereus d'en Joan Gili l'any 1908, *Elementos de Geometría analítica*.

IV.

En Domènec, el nostre catedràtic de Geometria Descriptiva, és un home ben precoç: acaba la carrera de Ciències, secció d'Exactes, amb Premi extraordinari de Llicenciatura, quan només tenia disset anys.

Elegit acadèmic per unanimitat l'any 1882, abans d'ésser catedràtic d'Universitat, que no ho serà fins a l'any 1888, si bé de Geodèsia, passant per trasllat el 1895 a ésser-ho de descriptiva.

Redacta un llibre de text no pas massa gruixut, només de 286 pàgines, *Tratado de Geometría descriptiva*, amb edicions successives, diria fins a la quarta, amb tota aparença de després de la guerra, que ultrapassen la vida de l'autor, mort el 1917.

A la coberta ja ho diu: Punts, rectes i plans. Representació i problemes relatius a aquests elements en els sistemes de projecció afitat, dièdric, axonomètric i cònic.

Conté cinc capítols: I. Determinació i representació de formes geomètriques (pàg. 1). II. Sistema afitat (pàg. 11). III. Sistema dièdric (pàg. 49). IV. Sistema axonomètric (pàg. 163). V. Projecció cònica o perspectiva lineal (pàg. 222).¹⁷ A més, 308 figures i nombrosos problemes proposats per a ésser resolts. És llibre que comença sense cap nota de presentació i que no porta any d'edició.¹⁸

Pel que es veu en Torroja s'hi posa molt abans (1876), però no publica llibre sencer de text, almenys els títols així semblen indicar-ho,¹⁹ fins passat força temps (1888).²⁰

V.

Segons Taton²¹ els escrits d'en Lobačevskij i d'en Bolyai (l'italià Beltrami “descobreix” en Saccheri molt més tard (1889)),²² així como la tesi d'en

Riemann, passen desapercebuts, i és entre 1866 i 1871 que se'n fa cas i obtenen gran difusió, alhora que se'n proposen diverses interpretacions i justificacions; el professor Hoüel de la Universitat de Bordeus ho tradueix quasi tot al francès. Aquest rebombori amb el temps s'apaivaga, però a les acaballes del segle es reviscola; esgotades les obres de l'etapa passada, s'editen de nou i recomença la brega.

En la *Crónica Científica*, 10 de juliol de 1884 (vol. VII) en Clariana en l'article «Nociones de Trigonometría general» (pp. 193 a 200), i seguint Tilly, exposa les idees de les noves geometries (en aquest cas en l'apartat de la Trigonometria): tracta de la Trigonometria d'Euclides o usual, de la simplement abstracta, corresponent a la Geometria de Gauss, i la Trigonometria doblement abstracta, corresponent a la Geometria de Riemann, i, cosa rara en ell, i no pas com farà més endavant, no s'hi mulla el cul: exposa els fets i res més. Pel que sembla aquest article, bo i essent el seu autor catedràtic universitari, passà sense pena ni glòria a Barcelona. Han de passar més de deu anys perquè s'hi organitzi el mullader, com es veurà tot seguit.

A casa res de particular no sembla menar a la polèmica, però en un moment determinat algú parla de Geometria no-euclidiana i... Aquest algú són en Domènec (març de 1898) i en Mundi (maig de 1898). Els contendents passen a ésser-ne en Mundi, en Domènec i en Clariana; al començ, el primer les accepta, el segon *se'n fa càrrec*, l'últim de cap de les maneres no les pot acceptar, i tant és així que exclama: "El picot revolucionari ja no respecta quasi res de les coses velles", després d'una forta invectiva contra en Lobačevskij, fent-hi, àdhuc, intervenir Déu per a tractar de menjacapellans els que hi creuen; i com que una de les obres del rus porta el nom de Pangeometria, lliga aquest nom amb el de panteisme.²³

Es convoca el Premi Agell per al bienni de 1905 a 1907: es premien dos treballs, un que pot ésser ben conflictiu, el de Josep Maria Bartrina Capella, *Tratado didáctico de las Geometrias no euclídeas*, i un de gens, el d'Esteve Terradas Illa. Aquest premi comporta, endemés, de veure publicat el treball com a *Memòria* (i és el que es fa el 1908), el nomenament d'acadèmic corresponent, ço és posar un peu dins la casa; el 1914 hi posarà l'altre, el faran acadèmic numerari.

Però, anem per pams. En Domènec dicta dues conferències el mes de març de 1898 a la Universitat de Barcelona.²⁴ Hi parla de les noves geometries: "Doncs bé: de conformitat amb allò que hem dit, tan racional és la Geometria euclidiana, com la de Lobačevskij, com la de Riemann..."

Ara bé: "... la primera, la d'Euclides, és només la que satisfà les propietats reals de l'espai, tal i com l'home el comprèn i l'aprecia, i per aquest motiu qualificaré la Geometria euclidiana de Geometria humana, creient que aquest adjectiu és el que comprèn més bé el seu doble caràcter de racional i conforme amb les condicions de l'espai en el qual operem."

En Mundi llegeix una memòria a l'Acadèmia.²⁵ Hi dóna entrada a les noves geometries. Com en Domènec, les cita totes i en diu coses.

Però l'escrit més ben informat i estructurat és el de 1906 d'en Domènec.²⁶ Hi dóna a conèixer les noves geometries. Hi cita tot autor que cal citar-hi, ens exposa tot allò essencial que diuen centrant-ho en el postulat V o el VI, segons el cas. Indica l'alternativa dels triangles (la suma dels seus tres angles és menor que π , Lobačevskij, igual a π , Euclides, i més gran que π , Riemann). Cita en Saccheri i en Lambert. Defineix conceptes nous: hipercicle, horicicle, hiperesfera, horisfera. Diu coses de la Trigonometria lobačevskiana. Indica que el nom Pangeometria ve perquè suposa el rus que la Geometria euclidiana és un cas particular de la seva, ja que no coneixia la d'en Riemann i en Helmholtz. Parla d'en Beltrami, de l'esfera i de la pseudo-esfera... Elogia aquest autor, bé que: "... , però aquesta interpretació (la d'en Beltrami) no resol res respecte a la realitat d'aquestes geometries, ni tampoc no en legitima l'existència." Afegeix que en aquestes geometries cal prescindir de les representacions gràfiques. Extensions dels postulats V d'en Lobačevskij i VI d'en Riemann a l'espai. Passa a veure si són concebibles els tres sistemes geomètrics pel nostre cervell i consegüentment aplicables en llurs conseqüències. Finalitza la Memòria incloent-hi una mena de resum de tot allò que ha dit.

L'obra d'en Bartrina²⁷ comença amb una introducció històrica. Després exposa allò que li ha passat en endinsar-se en l'estudi i el desenvolupament d'aquestes geometries, ja que la mentalitat la té euclidiana i costa molt de desfer-se'n.

Comença amb les lleis independents del V postulat d'Euclides i, tenint en compte que la Geometria de Riemann-Helmholtz no accepta el VI, ho destaca quan cal. La primera part inclou la Geometria hiperbòlica, o pseudosfèrica, o de Gauss, Lobačevskij i Bolyai. El seu segon capítol és dedicat a la Trigonometria. La segona part tracta de la Geometria el·líptica, esfèrica o de Riemann. El seu segon capítol, i com abans, és dedicat a la Trigonometria. Acaba amb l'índex, que encapçala la pàgina 275 d'un volum en grandària de foli.

VI.

Més que no seguir-lo, copiarem el Dr. Orts, car resumeix més bé que no ho podríem pas fer nosaltres allò que va passar.²⁸

L'infinit matemàtic des de temps tan llunyans com són els d'Aristòtil ja preocupava i és a partir del segle XVII en suscitar-se la controvèrsia entre Newton i Leibniz sobre el càlcul diferencial que es reprèn.²⁹

Ja entrat el segle XVIII, i a França, es tenen dues obres, una del Marquès de l'Hôpital, *Analyse des infiniment petits pour l'intelligence des lignes courbes*, i la d'en Fontenelle, *Éléments de la Géométrie de l'infini*; aquella,

al dir d'en Bell,³⁰ de París 1730, cosa que aclareix en nota, bé que el text indica la data de 1693; cal recordar que el marquès morí l'any 1704.

Del d'en Fontenelle, que morí més que centenari, al Seminari Matemàtic de la Universitat de Barcelona hi guarden la segona edició, de 1727, deixalla d'en Clariana.

Diu el Dr. Orts: "... aquest (Fontenelle) admet no solament aquelles magnituds que poden esdevenir infinites, ço és l'infinit potencial o com a límit, sinó també aquelles altres que són "de facto" infinites, ço és l'infinit actual, arribant àdhuc a establir –bé que els raonaments manta vegada vinguin mancats de rigor– les operacions amb infinits de diferents ordres, amb la qual cosa pot, en certa manera, considerar-se'l com a precursor d'en Cantor." Posició que compartirà D'Alembert.³¹

Davant aquesta posició, s'hi encara Mac Laurin en el seu *Tractat de les fluxions* (traducció francesa del pare Paenza, 1749). En aquesta obra, s'hi reflecteix la manera de pensar newtoniana; la seva introducció, que constitueix una crítica força incisiva de la manera de pensar d'en Fontenelle, rebutja la legitimitat dels seus principis i, doncs, de les seves conclusions sobre les quantitats infinites preses en el sentit actual.

El Dr. Orts llegeix els treballs dels seus mestres, però:

"... l'examen dels treballs acadèmics que a continuació s'exposen, s'ha efectuat, no amb ulls d'ara, sinó amb ulls de la seva època i tenint en compte l'ambient matemàtic d'aquell temps, ço és, amb la perspectiva a què obliga la llunyania dels anys.

... la discrepància radica, fonamentalment, en el diferent abast que per a uns i altres cal donar en Geometria als elements de l'infinit, denominació inadequada en opinió d'alguns autors, entre d'altres Torroja³² i Enriques,³³ i que és causa que es confonguin certes propietats qualitatives amb altres de caràcter quantitatiu.

Mundi segueix Fontenelle i admet l'infinit actual i considera que els enunciats i propietats aplicables a cada un dels elements d'una successió d'ens o de figures geomètriques que depenen d'elements o paràmetres susceptibles d'adquirir valors tan grans com es vulgui, són així mateix vàlides per a l'element límit d'aquella successió, ço és per al que correspon al valor infinit dels paràmetres.

Domènec i Clariana, fidels a les idees de Mac Laurin, consideren l'infinit –(o indefinit, segons la denominació que accepten)– com quelcom d'inaccessible, i no admeten pas la validesa a priori de les conclusions que se'n dedueixen per extrapolació o pas al límit, la qual cosa condueix, a parer seu, a paradoxes i absurds inadmissibles. I si és cert que aquesta posició, mantinguda en termes radicals, pot implicar un principi de limitació, igualment rebutjable, ve en certa manera justificada pel fet que existeixen propietats de caràcter aritmètic, geomètric o funcional, que no es conserven pas en el pas al límit; i d'aquí neix precisament una de les qüestions centrals dins el terreny de l'anàlisi: la determinació de les condicions mínimes que permeten d'afirmar la invertibilitat d'un determinada operació o propietat amb el pas al límit;³⁴ problema que

en el cas concret de la integració dóna precisament origen a una de les més importants teories: la de les funcions denominades de Baire, la construcció de les quals es basa sobre la dels nombres transfinitos,³⁵ que han donat origen a interessants polèmiques que, en certa mesura, recorden les que hagueren de suscitar-se entre Clariana, Mundi i Domènec, en una època en la qual es trobava encara a les beceroles la teoria de conjunts, i, per tant, no havia arribat a casa l'eco de les idees d'en Cantor, circumstància, aquesta, que mereix destacar-se, ja que permet afirmar la independència i àdhuc, en certs aspectes, la prioritat d'aquelles controvèrsies entre els nostres acadèmics, respecte a les que anys a venir hagueren de suscitar-se entre els més eminents matemàtics.”

En Mundi, ja tan aviat com l'any 1880, però fora de la Universitat i de l'Acadèmia, insinua la seva manera de pensar.³⁶

Un article d'en Domènec³⁷ parla del concepte d'infinít, però posant-se en la Geometria: circumferència de radi infinit, que és la recta, rectes que es tallen com si es tallessin dues circumferències. Rebuig de la definició: dues rectes paral·leles tenen un sol punt comú i aquest es troba a l'infinít. Parla de l'abús que es comet en confondre la variable amb el límit i en operar amb l'infinít talment com s'opera amb els nombres. I així va seguint.

Ve el treball d'en Canalda³⁸, que és la descripció d'una màquina apta per a dibuixar una recta a partir d'una circumferència. En fa l'estudi geomètrico-analític. Parla de demostrar el principi admès en Geometria que considera la recta com si fos una circumferència de radi infinit; té diverses rectes i plans a l'espai, cada una d'aquelles té un punt a l'infinít i cada un d'aquests només hi té una recta; conclou que tots aquests punts i rectes es troben en una superfície plana: l'espai immens és clos per un pla a l'infinít.

Aquestes heretgies són les que revolten en Clariana i en Domènec, la resposta no es fa esperar, i és d'aquest darrer:³⁹ “... per no ésser condició de límit el que sigui del mateix gènere i mena de la variable que tendeix a aquest límit i s'hi apropa.”

“Fins ara si alguns confonien la variable amb el seu límit i volien batejar, amb el nom de circumferència, una recta, perquè aquesta podia considerar-se com a límit d'aquella quan el seu radi creixia indefinidament, encara no s'havia arribat a estampar en caràcters d'impremta (i sento a l'ànima que aquesta Acadèmia hagi hagut per fatalitat d'ésser la primera de fer-ho) que una porció limitada de recta fos una circumferència de radi infinit.”

En Mundi (1898) contesta precisant que és necessari fer-ho, ja que s'ataca allò que ell explica a les seves classes i que espera, fent-ho en treball de torn, que en haver passat temps, no ho farà dominat per la passió.

És un treball molt ben informat, va a pouar a les deus originals, i demostra que els seus oponents fan dir a certs matemàtics coses que no han dit mai. És excel·lent.⁴⁰

No feia pas massa que en Domènec havia dictat dues lliçons a la Universitat⁴¹ defensant la seva manera de pensar.

Ve una Memòria⁴² d'en Clariana, on exposa idees, sobre això, coincidents amb les d'en Domènec.

En Canalda, que va a la seva, impassible, llegeix ara⁴³ una nova Memòria insistent en la seva manera de pensar.

I arriba l'any 1900. Un dia en Mundi, entre els seus, a l'Acadèmia, llegeix un curt escrit (deuria durar, fent els dos dibuixos, cosa d'un quart): *Nota sobre el teorema de Pappus, su correlativo y corolarios que pueden deducirse*. El resum de la sessió⁴⁴ ens indica: "Acabada l'exposició de la nota científica que presenta el Dr. Mundi, va prendre la paraula el Dr. Clariana..."

Només aclarir que en Canalda, incansable, continua publicant treballs de la seva "especialitat": "El infinito matemático en la máquina de vapor de acción directa" i "La hipérbola curva cerrada, o el infinito matemático en el mecanismo de manubrios antirotativos".

VII.

L'any 1894 en Clariana llegeix la "Oración Inaugural" (del curs 1894-95 a la Universitat). És molt important: pel que hi diu, tenint en compte que la llegí el mes d'octubre de 1894, pels noms que hi cita, cosa que permet de fer comparances amb autors de l'interior i, sobretot, pels conceptes que encunya: "... ja que així com es dibuixa pel *centre* una com a tendència a l'escola alemanya, en canvi per *Catalunya* sembla que li cau millor l'escola anglesa que, sense marrades ni circumloquis, cerca les solucions als problemes." Això tira per terra el que se'ns deia fins ara que els nostres matemàtics només sabien francès; es veu que dominaven l'anglès, si no, com podien seguir els autors anglesos, que tant citen, si no en coneixien la llengua?⁴⁵

Era home amant d'assistir als Congressos; en té una particular visió i l'exposa. Els biògrafs diuen que anà als de París, Brussel·les, Múnic i Friburg; ara bé, pel que ens explica diria que assistí al de Chicago. En aquest, molt important per a nosaltres, s'hi premiaren alumnes seus (de Càlculs) (amb un honorós premi), el treball tractant de la funció gamma d'Euler. I, també, per la intervenció de Klein (en dues setmanes, dotze lliçons, aclareix en Clariana) exposa l'estat, aleshores, de la Matemàtica a Alemanya; "... si condensessin els pensaments més agosarats de la nostra època..., classifica Klein els matemàtics, d'acord amb els noms de lògics, formalistes i intuicionistes."

Parlant dels congressos: "Endemés, és possible que hi hagi qui se senti amb alè per a seguir aquest moviment vertiginós actual? Veritablement crec que no:

En efecte, per a aconseguir-ho, caldria començar per estudiar diferents llengües, tals com francès, anglès, alemany, rus i italià, a més del llatí i el grec, si es pretén abeurar a la font de coneixements;..."

La Matemàtica, per ell, és un arbre ufanós que cal esporgar, però la ne-teja cal fer-la a l'estil del mossèn del Quixot: "... sense més mirament que a la veritable Ciència."

VIII.

Un carrabiner valencià, Apolinar Fola Igúrbide (bé que nat a Sòria, visqué sempre a València), es féu matemàtic ell mateix. Publica "Investigaciones filosóficas sobre las cantidades imaginarias"; segons Echegaray s'havia avançat un segle amb els seus escrits, i fou nomenat acadèmic de l'Acadèmia de Ciències de Madrid; té un germà, Josep, que a Barcelona, el 1897, publicà "La Nueva ciencia geométrica", on pretén demostrar la quadratura del cercle i allò que hi demostra, entre altres coses, és que no sap sumar nombres irracionals o transcendents, cosa que li retreuen en Domènec i en Clariana; cal aquesta presentació ja que a vegades hom els confon.

Amb això comença una de les més divertides polèmiques que hom mai es podria imaginar, i que es recull en un llibre: *Controversia científica sobre la resolución dada a la cuadratura del círculo sostenida por D. José Fola Igúrbide, autor de dicho libro, y el padre Eduardo Llanas, escolapio, contra la impugnación de los Sres. Catedráticos de la Universidad de Barcelona D. José Domènec Estapà, profesor de Geometría descriptiva, D. Lauro Clariana Ricart, profesor de Cálculos y D. Miguel Marzal Bertomeu, profesor de análisis matemático*. Folleto número 1, Barcelona 1897. No en conec cap més, de fullet.

Com a mostra, en un moment determinat en Fola increpa en Domènec: "... aconsejar a los lectores⁴⁶ que no lean mi geometría, como si fuese V. el León XIII de la ciencia moderna."

Arriba tan lluny en Fola que en Domènec i en Clariana opten per callar i és aleshores que intervé el Dr. Marzal en la seva justificació de la retirada, ja que els dius coses gruixudes, i si no fixeu-vos en una, no pas gaire forta: en Fola diu a en Clariana: "... hubiese de topar con un señor catedrático erigido en juez supremo de la ciencia moderna... que nadie se atreviese a excomulgar mi libro llamándole inmoral y herético, bajo un tono de autoridad que ya lo hubieran querido para sí los reyes y pontífices de la Edad Media... Esa gloria estaba reservada al Sr. Clariana, quien por lo visto trata de hacer imperar una tiranía de nuevo cuño... la tiranía de la cátedra."

"¿Y qué es lo que sabe nuestro erudito a la violeta?"

Diu que quan s'ataca cal saber fer-ho i utilitzar un estil adequat: "Hasta en los combates de vida o muerte, más profundos y enconados, prefiere (es refereix al públic lector) siempre la estocada florentina, con daga de Damasco, a la cuchillada, a estilo tabernario, con navaja de Albacete."

I així es podria anar seguint per aquest camí; no acabariem mai; és molt millor que aneu a la Biblioteca Provincial i Universitària i consulteu aquest llibre: us hi fareu un panxó de riure.

Cosa rara, ni en Mundi ni cap més professor universitari perden el temps en aquesta contesa; i hi intervé en Marzal, personatge que mai no es fica en res.

NOTES

1. Equivalen al càlcul diferencial i integral.
2. "El principio de elección", *Memorias de la Real Academia de Ciencias y Artes de Barcelona*, (MRACAB), 3ª època, Tom XXXII, 9, 1957.
3. "Necrologia del Dr. Domènec", *MRACAB*, 3ª època, Tom XVIII, 8, 1924.
4. En Clariana en un escrit seu ("Breve estudio crítico acerca de la Matemática en el siglo XIX", *MRACAB*, 3ª època, Tom I) arriba a preguntar-se: "... si l'ésser aleshores (temps d'en Clariana) poc conegut en Cauchy és perquè era 'massa catòlic'."
5. No he pogut localitzar l'obra d'en Hesse, les altres les tenen a l'Acadèmia de Ciències: CARNOY, J., *Cours de Géométrie Analytique, Géométrie plane*, 2ª ed., Gand, 1876.
– *Géométrie de l'espace*, 2ª ed., Gand, 1877.
PAINVIN, L., *Principes de Géométrie analytique*, Douai, dos volums en 4º, 1866-1869. Autografiat.
SALMON, GEORGE, *A treatise on the haigh plane courves: intended as equal to a treatise in conic sections*. Segona edició, Cambridge, 1874.
– *A treatise on the analytic Geometry of three dimensions*. Tercera edició, ídem, 1874.
– *Traité de Géométrie analytique (sections coniques) contenant un exposé des méthodes les plus importants de la Géométrie et de l'Algèbre modernes*, ouvrage traduit de l'anglais sur la cinquième édition par H. Resak et V. Vaucheret, Paris, 1870.
– *Traité de Géométrie analytique (courbes planes) destiné à faire suite à un traité des sections coniques*. Ouvrage traduit de l'anglais par D. Chemin et suivi d'une étude sur les points singuliers par G. Halpen, Paris, 1870.
– *Traité de Géométrie analytique à trois dimensions*, ouvrage traduit de l'anglais sur la quatrième édition par D. Chemin, Paris, 1882-1901.
L'obra d'en Hesse és: *Vorlesungen über analytische Geometrie des Raumes*.
Per en Domènec en l'obra d'en Salmon: "No és possible reunir més errors en menys paraules."
6. Necrologia del Sr. D. Ángel del Romero, *MRACAB*, 3ª època, sessió del 26 de maig de 1900.
7. *Discurso inaugural que en la solemne apertura del curso académico de 1889 a 1890 leyó ante el Claustro de la Universidad el Dr. D. Santiago Mundi Giró, catedrático de la Facultad de Ciencias*, Barcelona, 1889.
8. És la de Madrid.
9. Eduard Torroja Caballé (Tarragona 1847-Madrid 1918), catedràtic d'Anàlisi Matemàtica a València i tot seguit (1876) a Madrid de Geometria Descriptiva.
10. Discurs de resposta al d'ingrés de Miguel Vegas Puebla Collado a l'Acadèmia de Ciències de Madrid el 13 de juny de 1909.
11. Vol dir la geometria descriptiva.
12. A la Biblioteca Arús en guarden un exemplar.
13. Només n'he localitzat un exemplar a la biblioteca de la RACAB.
14. "Absurdos geométricos que engendran ciertas interpretaciones del infinito matemático", *MRACAB*, 3ª època, Tom I, 1894. El seu discurs d'ingrés a la RACAB, no publicat, porta per nom *La Geometria proyectiva en el arte arquitectónico* (1883).

15. Paraules que abonen allò que s'ha dit sobre el contingut de caire ben projectiu de les *Leciones de Geometría métrica*.
16. Vegeu més endavant. En Vegas hi ocupà la càtedra el 1891 i el seu llibre de text és de 1894.
17. Els nombres entre parèntesis indiquen el nombre de les pàgines a la quarta edició.
18. A la casa Ortega han desmuntat l'estampa i ha desaparegut l'arxiu.
19. No els hem pogut localitzar per a fullejar-los.
20. *Programa y resumen de las lecciones de Geometría descriptiva explicadas en la Universidad de Madrid*.
21. *Histoire générale des Sciences*, Tom III, volum I, París, 1961 (1ª edició).
22. "Un precursore italiano di Legendre e di Lobacevskij", *Rendiconti Reale Accademia dei Lincei*, Tom V, 1889.
23. Vegeu la nota 4.
24. *Justa interpretación que debe darse al cero y al infinito matemático*, Barcelona, 1898.
25. "Influjo de Des Argues en la constitución de la Geometría moderna", *MRACAB*, 3ª època, Tom II, 1898.
26. "Geometría racionales y geometría real dentro de la finitud humana", *MRACAB*, 3ª època, Tom V, 1906.
27. *MRACAB*, 3ª època, Tom VII, 1908.
28. Vegeu la nota 2.
29. Gino Loria, *Storia delle Matematiche dell'alba della civiltà al tramonto del secolo XIX*, 2ª edició, 1950. Capítol XXX, "La grande contesa".
30. Eric Temple Bell, *Historia de las Matemáticas*, traduïda per Ramon Ortiz de la 2ª edició anglesa (de 1945), Mèxic, 1949.
31. Article, "infinit" a l'*Encyclopedie*, redactat per ell.
32. *Geometría de la Posición*, pàgina 17.
33. *Questioni riguardanti le matematiche elementari*, Tom I, pàgina 284.
34. És nota del Dr. Orts: "La inversió d'una determinada operació aritmètica o funcional amb el pas al límit es redueix freqüentment en últim terme a la d'un doble pas al límit, efectuat mitjançant dues operacions d'aquesta mena successives però no pas simultànies (vegeu, pel que fa al cas, Borel: *Leçon sur les fonctions de variables réelles*, 36)."
35. Són aquells el cardinal dels quals és definit.
36. A l'Ateneu Lliure de Catalunya (22-XI), del qual era president. És la conferència *Reseña histórica del progreso geométrico*, publicada el 1881.
37. Vegeu la nota 14.
38. "Aplicaciones de le Geometría cinemática. Transformación de la ecuación del círculo en la de la recta, cuando el radio adquiere una magnitud infinita, por medio del rombo de Peau-cellier", *MRACAB*, 3ª època, Tom I, 1894.
39. "Los mecanismos no pueden oponerse a las verdades matemáticas", *MRACAB*, 3ª època, Tom II, p. 223.
40. Vegeu la nota 25.
41. Vegeu la nota 24.
42. Vegeu la nota 4.
43. "Aplicaciones de le Geometría cinemática", *MRACAB*, 3ª època, Tom II, 1899.
44. *Boletín de la RACAB*, Tom I, p. 563.
45. En Clariana, a la carrera d'enginyer, hi estudia dos cursos de francès (primer, suspès el juny, recuperat el setembre (avantatjat); segon, bo) i dos d'anglès (primer, bo; segon, notablement aprofitat).
46. Com que es publica a *La Publicitat* es refereix als lectors d'aquest diari.

NOTA

Els clàssics de les noves Geometries els tenen tots, i traduïts al francès, al Seminari Matemàtic de la Secció de Matemàtiques de la Universitat de Barcelona, la de la Gran Via 585. Per allò que fa a l'escrit d'en Saccheri, es troba a la Biblioteca de Catalunya en traducció a l'italià.